

Procesvalidatie: Cp, Cpk, standaardafwijking... statistische methoden

Door Guillaume Promé

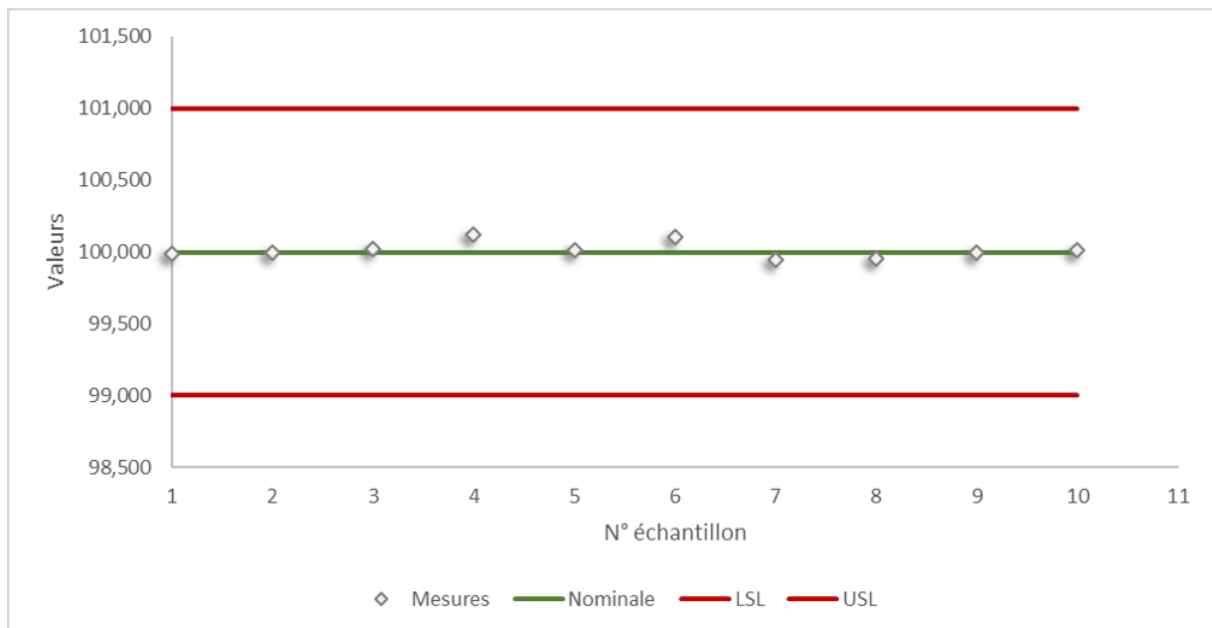
23 mei. 2019 -

Wanneer de productiehoeveelheden groot genoeg zijn, kan het voor fabrikanten nuttig zijn de productie te valideren in plaats van op elk apparaat eenheidstests uit te voeren.

Deze validaties maken gebruik van wiskundige instrumenten die moeten worden begrepen om correct te worden gebruikt.

Opmerking: Dit onderwerp wordt behandeld in de normenreeks ISO/TC 69/SC 4.

Vaststelling van productie-eisen



Alvorens de productie te valideren, moeten de eisen voor de vervaardigde hulpmiddelen worden vastgesteld: deze eisen zijn kwantitatief en hebben betrekking op de kritische fysieke kenmerken van het product (bv. lengte, diameter, snelheid, enz.).

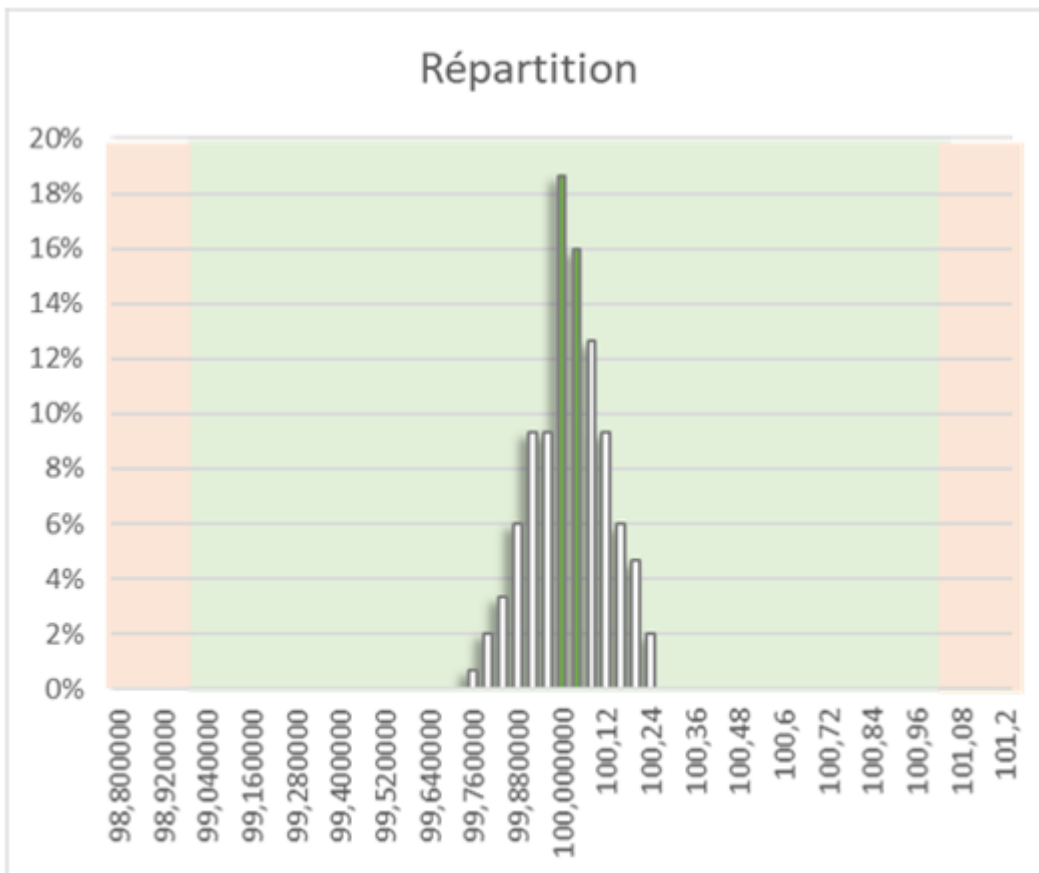
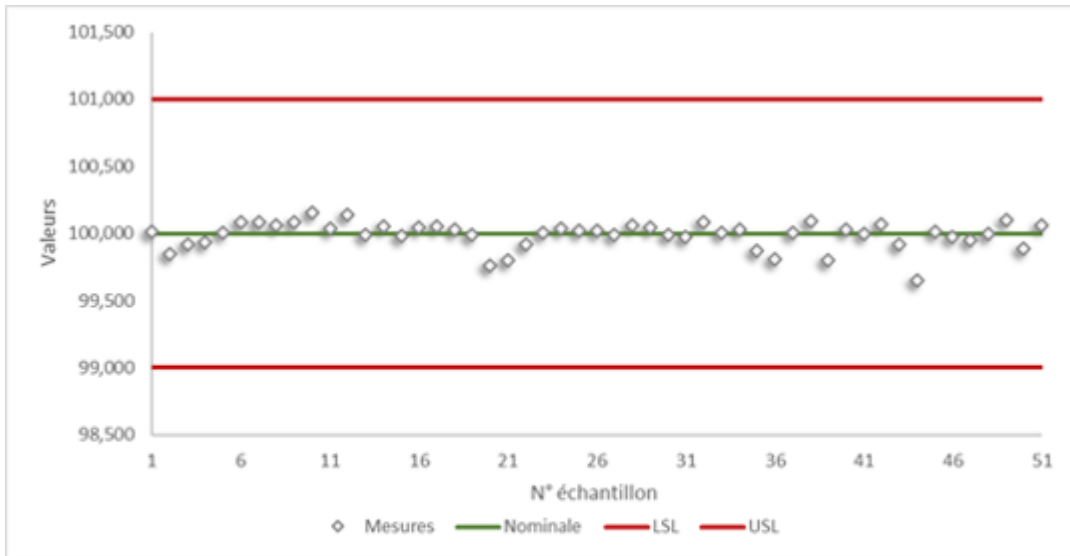
We stellen:

- Een nominale waarde (de verwachte waarde): X
- De hoge tolerantie: USL
- De lage tolerantie: LSL

Onderdelen buiten het tolerantiebereik zijn dus niet-conform.

Normale verdeling van de gemeten waarden

Voor verschillende vervaardigde apparaten zal een meetbare eigenschap variëren volgens een normale verdeling: de verdeling van de metingen (het aantal delen voor elk waardebereik) volgt een Gaussische curve :



In dit voorbeeld worden de 50 metingen gebruikt om het histogram van de verdeling van de waarden te tekenen, de groene achtergrond dekt de conforme waarden, de NC-metingen bevinden zich in de rode zone. De meeste punten liggen dicht bij de gemiddelde waarde.

Hoe verder de NC-zone (rood) van de curve verwijderd is, hoe waarschijnlijker het is dat het product aan de eisen voldoet.

Uit de validatie van de productie zal blijken dat :

- de curve voldoende smal is, zodat de tolerantiezone niet wordt overschreden, dan is de productie mogelijk.
- de curve voldoende gecentreerd is rond de nominale waarde, zodat hij niet buiten de nalevingszone komt, is de productie herhaalbaar.

De centrering en de breedte van de curve hangen af van de instellingen van het productiegereedschap en de mogelijke driften.

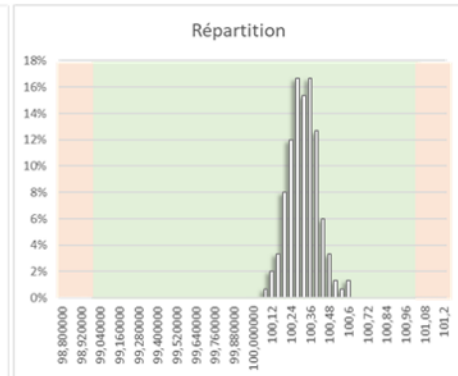
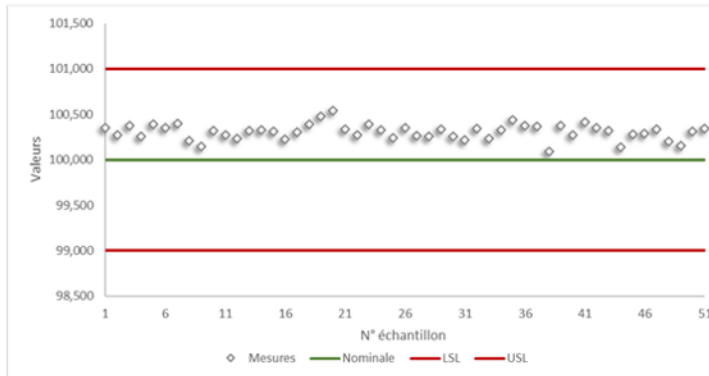
Gemiddelde waarde en standaardafwijking van de gemeten waarden

Voor een partij van n geproduceerde onderdelen en de bijbehorende metingen x, berekenen we :

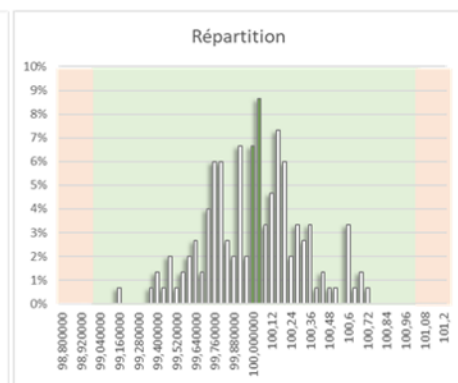
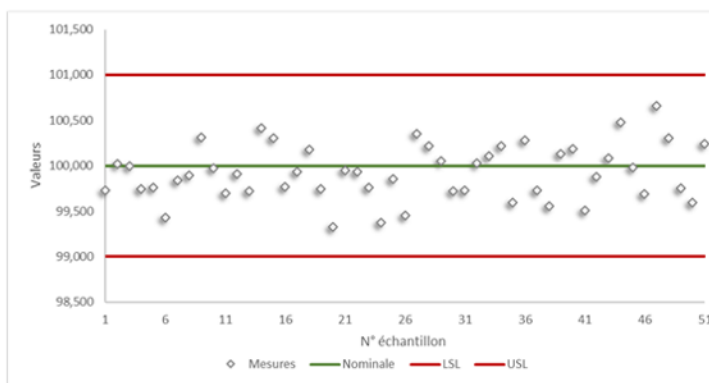
- de gemiddelde waarde μ : $\Sigma (\text{metingen}) / n$
- de standaardafwijking σ : $\sqrt{(\Sigma (x - \mu)^2) / n}$

De gemiddelde waarde is gemakkelijk te begrijpen (een waarde "in het midden" van alle metingen), de standaardafwijking is minder intuïtief: zij geeft aan hoeveel de metingen "rondgaan".

$\mu = 100,3$
 $\sigma = 0,1$



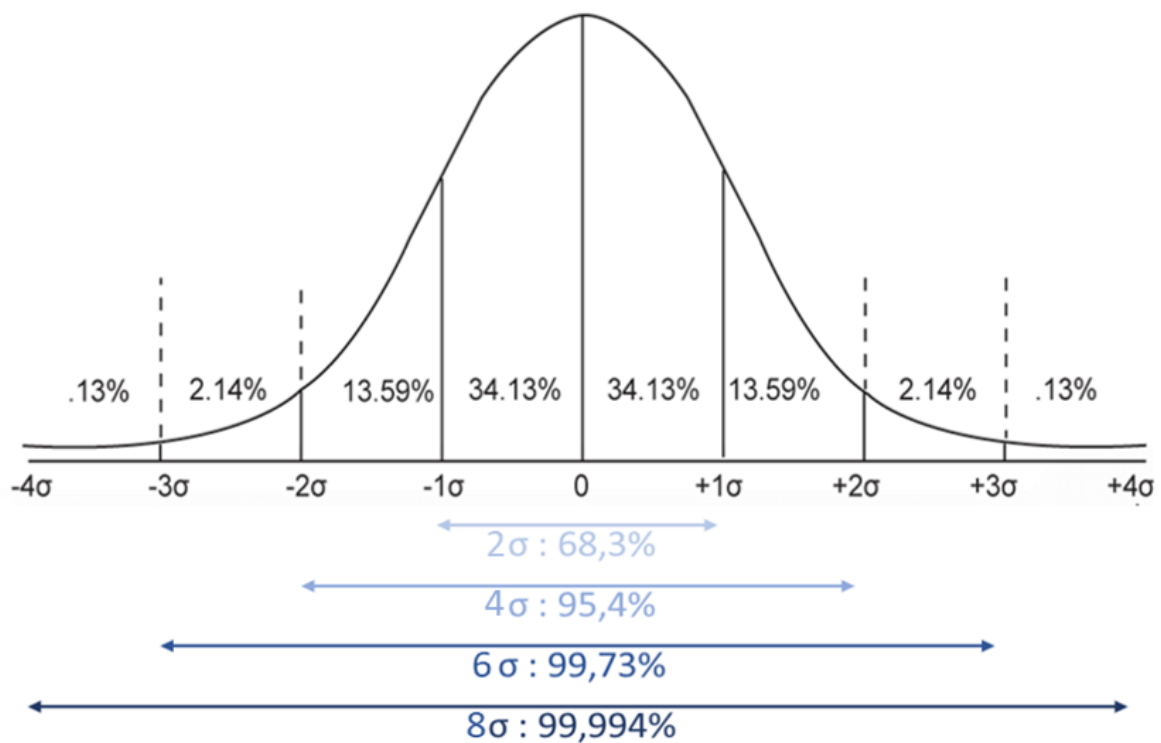
$\mu = 100$
 $\sigma = 0,33$



Waarschijnlijkheid van niet-overeenstemming

Dit is waar het wiskundig hulpmiddel van pas komt: zodra de gemiddelde waarde en de standaardafwijking zijn vastgesteld, is het mogelijk te weten hoe groot de kans is dat een punt zich in een bepaald waardebereik bevindt.

De kans P op een waarde in een interval rond het gemiddelde is een functie van het aantal standaarddeviaties waaruit dit interval bestaat:



Dit geeft de kans dat de waarde buiten het bereik ligt (dat het product niet aan de eisen voldoet):

- x buiten $[-\sigma/2; \sigma/2]$: 62%.
- x $[-\sigma; \sigma]$: 32%.
- x $[-2\sigma; +2\sigma]$: 5%.
- x $[-3\sigma; +3\sigma]$: 0,27%.
- x $[-4\sigma; +4\sigma]$: 0,006%.
- x $[-6\sigma; +6\sigma]$: 0.0000002%.

Er wordt gestreefd naar toleranties (USL en LSL) die zeer ver van de gemiddelde waarde liggen, typisch 4σ elk: met een waarschijnlijkheid van overeenstemming van 99,994% en een non-conformiteitspercentage van 66ppm (parts per million).

Capaciteitscoëfficiënten C_p , C_{pk} , C_{pm}

Berekeningen

Er zijn indices nodig om de productieresultaten te analyseren:

- Index van het procesvermogen: $C_p = (USL - LSL) / 6\sigma$

De coëfficiënt C_p kijkt naar "hoe dicht het tolerantiebereik bij 6σ ligt": hoe groter C_p is, hoe beter uw proces in staat is om conforme resultaten te produceren.

Met $C_p = 1$ bestrijkt het nalevingsbereik 6σ , de kans op niet-conformiteit is 0,27%.

Met $C_p = 1,33$ bestrijkt het nalevingsbereik 8σ , de kans op niet-conformiteit is 0,007%.

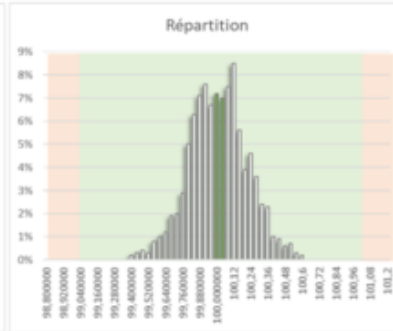
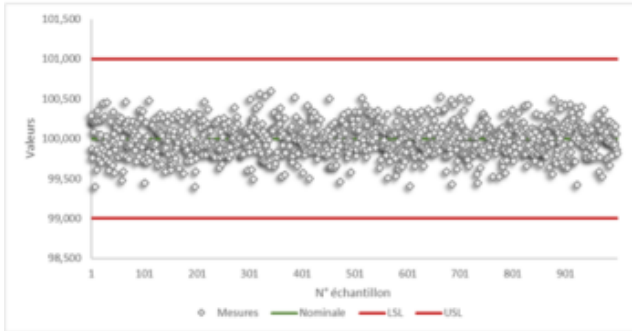
- Minimale procescapaciteitsindex $C_{pk} = \min((USL - \mu)/3\sigma ; (\mu - LSL)/3\sigma)$

De coëfficiënt C_{pk} houdt rekening met een mogelijke decentralisatie, waardoor het proces ondanks een hoge C_p niet erg herhaalbaar zou zijn.

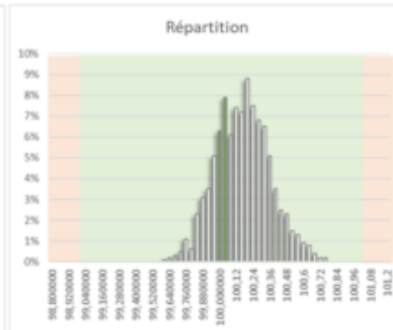
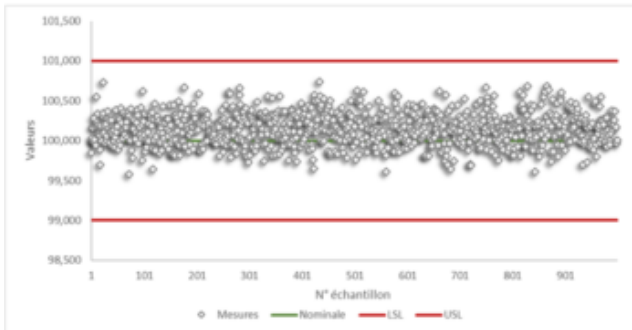
- Machinecapaciteitsindex: $C_{pm} = C_p / \sqrt{1 + 9 \cdot (C_p - C_{pk})^2}$

De C_{pm} -coëfficiënt (zeer nuttig omdat hij zeer reactief is) houdt rekening met de decentralisatie van de resultaten en wordt gewoonlijk gebruikt om de afwijking van een machine te controleren.

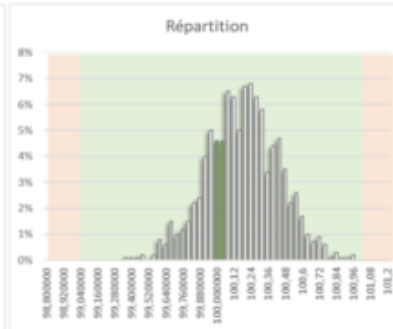
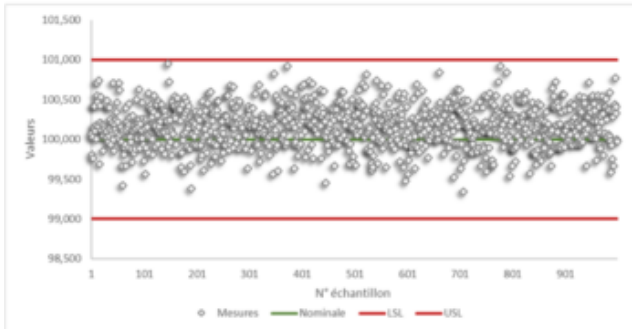
Cp = 1,59
 Cpk = 158
 Cpm = 1,59



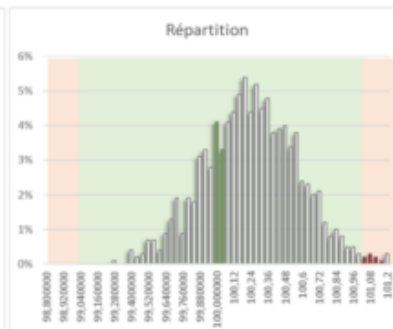
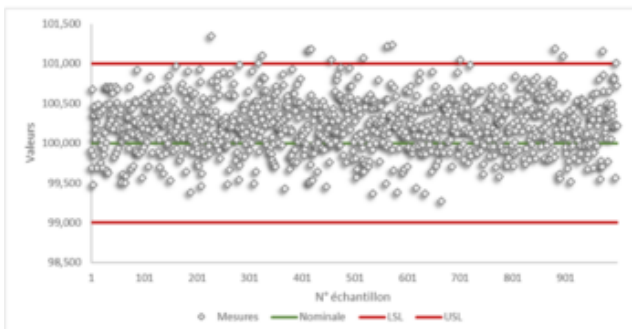
Cp = 1,7
 Cpk = 1,44
 Cpm = 1,06



Cp = 1,32
 Cpk = 1,09
 Cpm = 0,88



Cp = 0,98
 Cpk = 0,76
 Cpm = 0,67



Nuttige drempels

De drempelwaarden om te bepalen of de coëfficiënten Cp, Cpk en Cpm bevredigend zijn, hangen af van de gewenste betrouwbaarheid:

De gebruikelijke drempels en bijbehorende betrouwbaarheidswaarschijnlijkheden staan hieronder, een drempel van 1,33 wordt zeer vaak gebruikt, 1,66 is voor uitstekende producties (nodig voor grote hoeveelheden onderdelen).

Drempel	Sigma's (z-score)	Vertrouwen	NC
0,67	2,01	95,56%	44'431ppm
1	3	99,73%	2'700ppm
1,33	3,99	99,9934%	66ppm
1,66	4,98	99,999936%	1 ppm
2	6	99,999998%	0ppm

De "z-score" wordt genoteerd: $z = 3,5$

Aantal gebruikte monsters en geïnduceerde fout

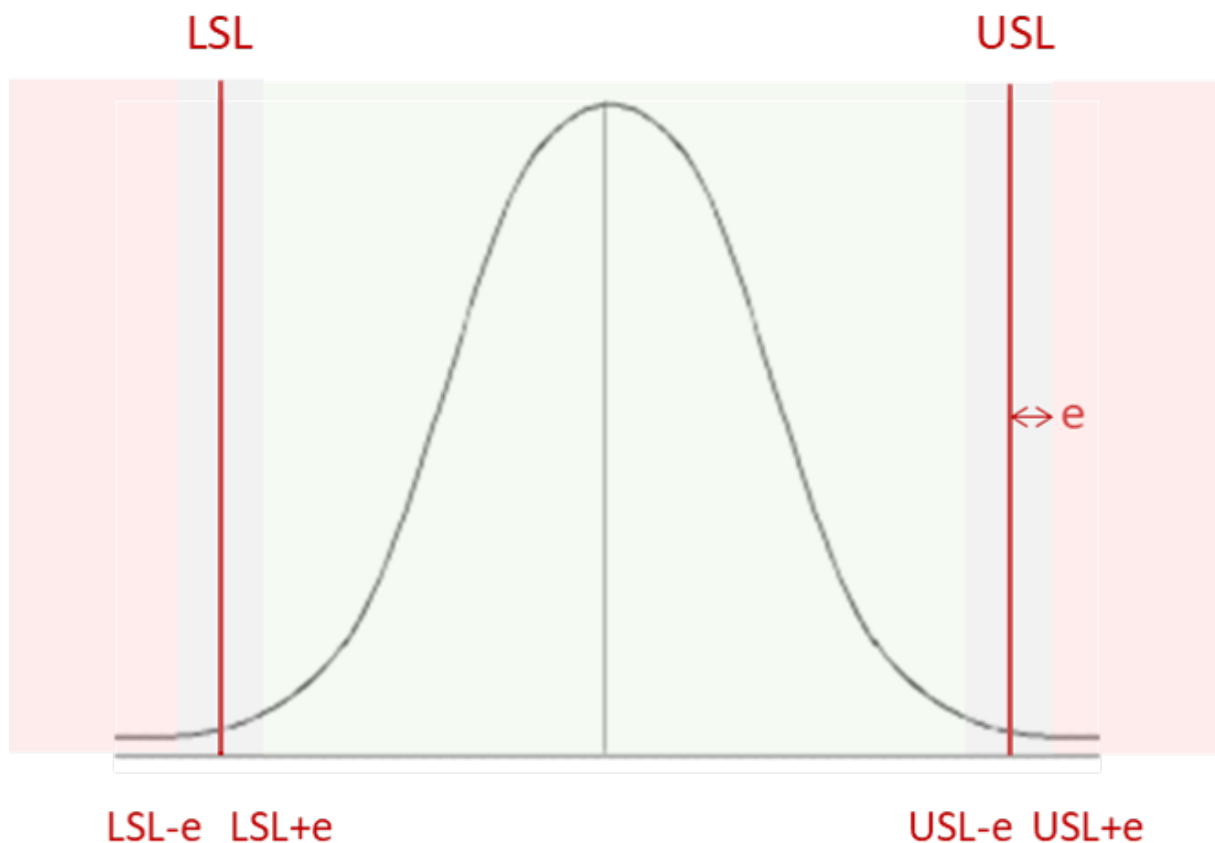
De fout e kan worden berekend als functie van σ , het aantal monsters n en z :

$$e = z \cdot \sigma / \sqrt{n}$$

De fout verkleint inderdaad het conformiteitsbereik: rond de waarden LSL +/- e en USL +/- e weet u niet of de meting conform is.

U hebt nu drie zones: conform, niet-conform en onbekend:

- Zone **conforme**
- Zone conformité indéterminée
- Zone **non conforme**



Hoe gebruik je dit allemaal?

Voor elke validatietest (er is vaak één test per invloedsfactor en productiecyclus):

1. Neem enkele tientallen monsters (meestal meer dan 20).
2. Bereken de coëfficiënten Cp, Cpk, Cm en de fout.
3. Ga door tot u stabiele coëfficiënten en een aanvaardbare fout hebt.

U houdt rekening met het aantal geproduceerde apparaten om een drempel voor de capaciteitsindices vast te stellen. Een hoge drempel - meer dan 1,3 - zal nodig zijn voor grote productieseries waarbij zelfs een lage waarschijnlijkheid van niet-overeenstemming van cruciaal belang is.

Het aantal benodigde monsters varieert van enkele tientallen tot enkele honderden, afhankelijk van de standaardafwijking en uw productievolumes.

Hieronder: de evolutie van de schatting van de coëfficiënten en de fout als functie van het aantal monsters, voor een lage standaardafwijking (minder dan 1/5 van de tolerantie) kan men zien dat de waarden correct worden geschat na ongeveer 40 monsters:

